Fonction puissance entière et racine nième

Fonction puissance entière et racine nième 1
1. Fonctions puissances entières strictement positives 2
2. Fonctions puissances entières strictement négatives 3
3. Fonctions racines n-ièmes 4
4. Courbes 5
5. Tracer une courbe précisément 6
6. Formules avec des puissances 7
7. Simplifier une expression 8
8. Résolution d'équations contenant des racines carrées 10
9. Équations rationnelles 12
10. Solutions détaillées 13

1. Fonctions puissances entières strictement positives

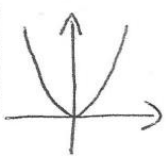
Fonctions puissances entières strictement positives

$x \mapsto x^n$ où $n \in \mathbb{N}^*$

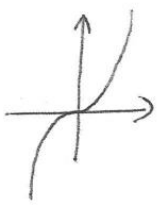
le domaine de définition $= \mathbb{R}$.

Exemples : $x \mapsto x^2$

x	-2	-1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4



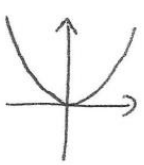
$x \mapsto x^3$



x	-2	-1	0	1	2
x^3	-8	-1	0	1	8

$x \mapsto x^4$

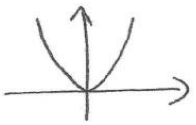
x	-2	-1	0	1	2
x^4	16	1	0	1	16



$x \mapsto x^5$

x	-2	-1	0	1	2
x^5	-32	-1	0	1	32

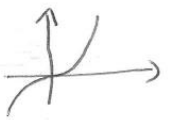
⊛ Si n est pair :



x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	+

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

⊛ Si n est impair : Si $n \neq 1$:



Si $n=1$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f(x)$	−	0	+

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

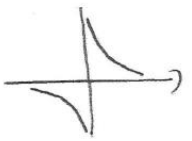
2. Fonctions puissances entières strictement négatives

Fonctions puissances entières strictement négatives

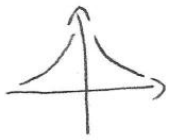
$x \mapsto x^{-n}$ où $n \in \mathbb{N}^*$

Comme $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, le domaine de définition $= \mathbb{R}^*$.

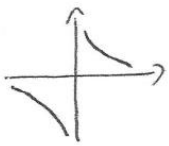
Exemples : $x \mapsto x^{-1} = \frac{1}{x}$



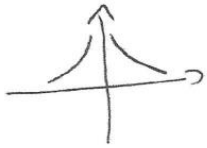
$x \mapsto x^{-2} = \frac{1}{x^2}$



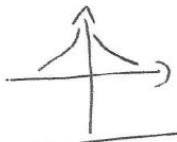
$x \mapsto x^{-3} = \frac{1}{x^3}$



$x \mapsto x^{-4}$



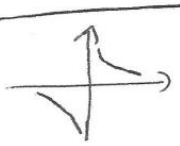
⊛ Si n est pair :



x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$+$		$+$	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	0

⊛ Si n est impair :



x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$-$		$+$	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$	$\searrow$	0

3. Fonctions racines n-ièmes

Fonctions racines n-ièmes

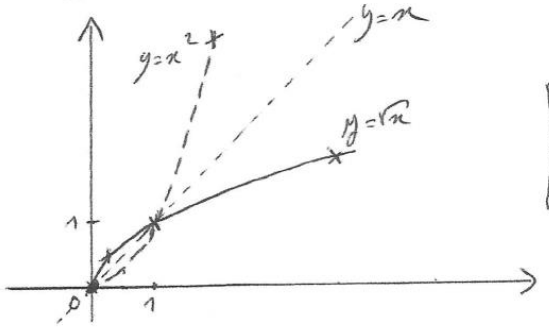
$x \mapsto \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$ où $n \in \mathbb{N}^*$

le domaine de définition = $[0; +\infty[$.

La fonction $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ est la réciproque de la fonction $[0; +\infty[\to \mathbb{R} : x \mapsto x^n$.

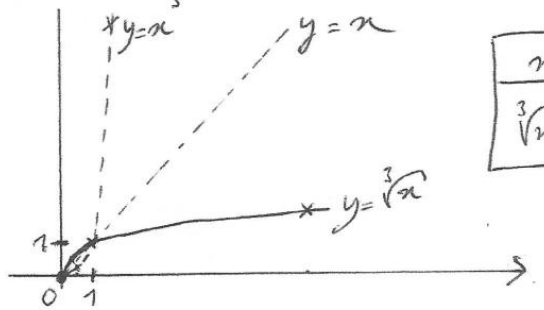
$\forall x \in [0; +\infty[: \sqrt[n]{x^n} = x$ et $(\sqrt[n]{x})^n = x$.

Exemples : $x \mapsto \sqrt[2]{x} = \sqrt{x}$



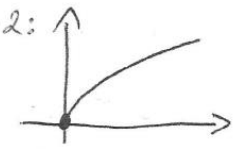
x	0	0,5	1	4
$\sqrt{x}$	0	0,7	1	2

$x \mapsto \sqrt[3]{x}$

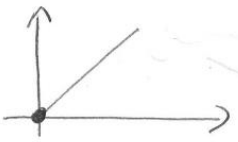


x	0	0,5	1	8
$\sqrt[3]{x}$	0	0,8	1	2

⊛ Si $n \geq 2$:



Si $n = 1$:



x	0	$+\infty$
Signe de $f(x)$	0	+

x	0	$+\infty$
$f(x)$	0	$+\infty$

4. Courbes

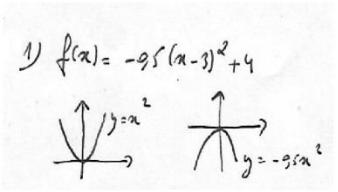
Exercice 1

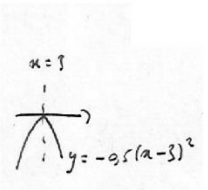
Tracer un schéma représentant la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et dresser le tableau de variations de la fonction f.

1) $f(x) = -0{,}5(x-3)^2 + 4$
2) $f(x) = 0{,}25\,(x-5)^3 - 2$
3) $f(x) = -4\,(x+3)^{-4} + 6$
4) $f(x) = \ 2(x-4)^{-3} + 8$
5) $f(x) = \ -3\sqrt{x+5} - 9$

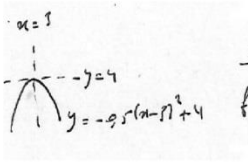
6) $f(x) = 10(x+2)^4 - 3$
7) $f(x) = -10\,(x+1)^5 + 6$
8) $f(x) = 4\,(x-6)^{-8} - 5$
9) $f(x) = \ -(x-7)^{-5} + 2$
10) $f(x) = 3\,\sqrt[5]{x+6} - 3$

Solution de l'exercice 1

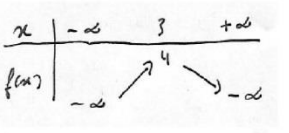


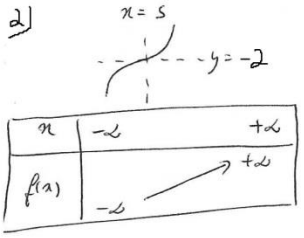


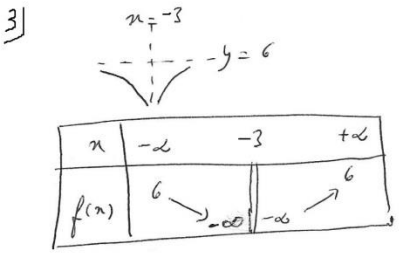
Il y a une translation de vecteur $3\vec{i}$.

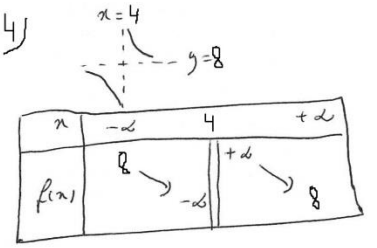


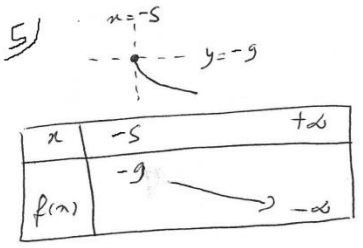
Il y a une translation de vecteur $3\vec{j}$.

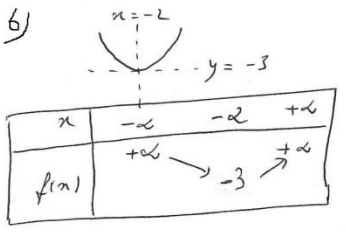


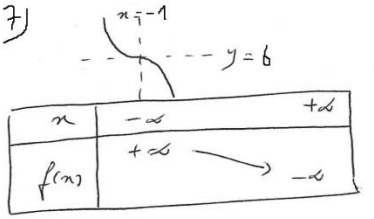


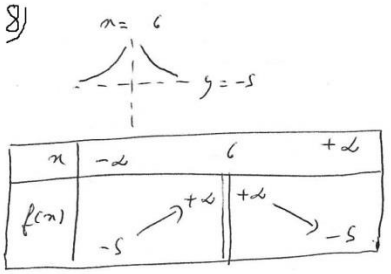


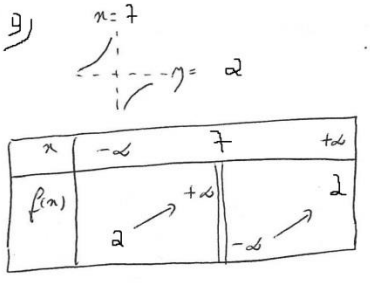


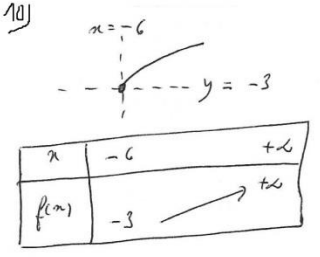












5. Tracer une courbe précisément

Exercice 2

Tracer précisément la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de la fonction f dans un repère orthogonal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan.

1) $f(x) = -0{,}5(x-3)^2 + 1$
   Unité graphique : 1 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe des ordonnées.
2) $f(x) = 0{,}25(x+2)^3 - 1$
   Unité graphique : 2 cm.
3) $f(x) = -2\,(x+3)^{-1} + 4$
   Unité graphique : 1 cm.
4) $f(x) = \ 2(x-0{,}5)^{-2} + 3$
   Unité graphique : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées.
5) $f(x) = -\sqrt[2]{x+3} - 0{,}5$
   Unité graphique : 0,5 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées.

Exercice 3 (facultatif)

Tracer précisément la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de la fonction f dans un repère orthogonal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan.

1) $f(x) = 3(x-1)^2 + 4$
   Unité graphique : 1 cm sur l'axe des abscisses, 0,5 cm sur l'axe des ordonnées.
2) $f(x) = -0{,}5\,(x+5)^3 - 2$
   Unité graphique : 1 cm.
3) $f(x) = 0{,}25\,(x+3)^{-1} - 0{,}5$
   Unité graphique : 2 cm.
4) $f(x) = \ -(x-0{,}5)^{-2} + 3$
   Unité graphique : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées.
5) $f(x) = 0{,}5\,\sqrt[2]{x+6} - 1$
   Unité graphique : 0,5 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe des ordonnées.

6. Formules avec des puissances

Propriétés admises

Soient x et y deux réels. Alors :

$$x^a x^b = x^{a+b} \ \ si \ ...$$
$$(x^a)^b = x^{a\,b} \ \ si \ ...$$
$$(x\ y)^a = x^a y^a \ \ si \ ...$$

$$x^1 = x$$
$$x^{-1} = \frac{1}{x} \ \ si\ x \neq 0$$
$$1^x = 1$$
$$x^0 = 1 \ \ si\ x \neq 0$$
$$0^x = 0 \ \ si\ x > 0$$

$$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}} \ \ si\ n \in \mathbb{N}^*\ et\ x \geq 0$$

Propriétés

$$x^{-b} = \frac{1}{x^b} \ \ si \ ...$$
$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b} \ \ si \ ...$$
$$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a} \ \ si \ ...$$

Proof

$$x^{-b} = (x^b)^{-1} = \frac{1}{x^b}$$
$$\frac{x^a}{x^b} = x^a \frac{1}{x^b} = x^a x^{-b} = x^{a-b}$$
$$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \left(x\frac{1}{y}\right)^a = x^a \left(\frac{1}{y}\right)^a = x^a (y^{-1})^a = x^a y^{-a} = x^a \frac{1}{y^a} = \frac{x^a}{y^a}$$

c.q.f.d.

7. Simplifier une expression

Exercice 4

Ces exercices proviennent de la page 173 du livre "Math Term S", BELIN, 1996.

Calculs numériques

Simplifier les nombres suivants (exercices 1 à 10) :

1 a. $\frac{\sqrt{4}\,\sqrt[3]{8}}{\sqrt[4]{16}}$. b. $\frac{\sqrt[3]{27}\,\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{8}}$.

2 a. $\sqrt[3]{16}\,\sqrt[3]{8^2}$. b. $\sqrt[10]{1\,024} - \sqrt[3]{100}$.

3 a. $\left(\frac{2}{3}\right)^6 (3^{\frac{1}{2}})^4$. b. $(4^3)^{\frac{1}{2}} (5^2)^{\frac{1}{4}}$.

4 a. $\sqrt[3]{\frac{81}{6}} \times 2^{\frac{1}{3}}$. b. $\sqrt[2]{\frac{2^3\sqrt{8}}{4}}$.

5 a. $\frac{\sqrt{25}\,\sqrt[3]{512}}{\sqrt[4]{81}}$. b. $\frac{\sqrt[3]{125}\,\sqrt[3]{16}}{\sqrt[5]{32}}$.

6 a. $\frac{\sqrt[3]{125}\,\sqrt{8}}{5\sqrt[3]{8}}$. b. $\frac{\sqrt[3]{8^2}\,\sqrt[4]{16}}{\sqrt{12}}$.

7 a. $\frac{(5^2)^{\frac{1}{3}} (5^3)^{\frac{1}{2}}}{(5^{\frac{1}{6}})^7}$. b. $\frac{(7^3)^{\frac{1}{6}} (7^4)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{343}}$.

8 a. $\sqrt[5]{3^3}\,(\sqrt[3]{3^2})^5$. b. $(2^2)^3\,\sqrt[4]{2^3}\,\sqrt[3]{2^4}$.

9 a. $\frac{\sqrt[3]{2}\,\sqrt[4]{8}}{(\sqrt{4})^3\,\sqrt[3]{4}}$. b. $\frac{2^{-\frac{1}{2}}\,2^{\frac{5}{3}}}{2^{\frac{4}{3}}\,2^{-1}}$.

10 a. $5^{-\frac{1}{3}}\,\sqrt[3]{5^{-2}}$. b. $\sqrt[3]{3^{-4}}\left(\sqrt{\frac{15}{5}}\right)^{-\frac{1}{3}}$.

Calculs algébriques

Soit x un nombre strictement positif ; exprimer sous forme d'une seule puissance de x les expressions suivantes (exercices 11 à 20) :

11 a. $(x \cdot x^{\frac{1}{3}})^2$. b. $x^{-2}(\sqrt{x} \cdot x^{\frac{1}{3}})$.

12 a. $(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}})^2$. b. $\frac{x^{\frac{1}{2}}\,x^2}{x^{-1}}$.

13 a. $(x^{\frac{1}{3}}\sqrt[4]{x})^{-3}$. b. $\left[(x\sqrt{x})^{\frac{1}{3}}x\right]^{-3}$.

14 a. $\sqrt[5]{x\sqrt{x}}$. b. $\sqrt[3]{\frac{x^{-1}}{\sqrt{x}}}$.

15 a. $\frac{x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{4}}}$. b. $\frac{x^{\frac{2}{3}}x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{3}}}$.

16 a. $\frac{(x^{\sqrt{2}}x^{-1})^{\sqrt{3}}}{x}$. b. $\frac{(\sqrt[3]{x^2}x^{-\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}}{x\sqrt{x}}$.

17 a. $\frac{x^{-\frac{1}{3}}(x^{-\frac{2}{3}})^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{x}}$. b. $\frac{x^{\frac{1}{3}}(x\cdot\sqrt[3]{x})^2}{x^2(\sqrt{x})^{-\frac{1}{2}}}$.

18 a. $\frac{(x^{\sqrt{2}}x^{\sqrt{3}})^2}{x\sqrt{x}}$. b. $\left(\frac{x\sqrt[3]{x}}{x^{\sqrt{2}}}\right)^2$.

19 a. $x^{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{x^{-1}}{x^{\frac{1}{3}}}}$. b. $\sqrt{\sqrt{x\sqrt{x}}}$.

20 a. $\sqrt[3]{\left(\frac{x^{\sqrt{5}}}{x^{\sqrt{2}}}\right)^{\sqrt{3}+\sqrt{2}}}$. b. $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{(x\sqrt{x})^{-1}}{x^2}}}$.

Ces exercices viennent de la page 147 du livre "Math Term S", BELIN, 1996.

21 Simplifier les expressions suivantes :
a. $e^x e^{-x}$; b. $\frac{e^{5x}}{e^{3x+2}}$.

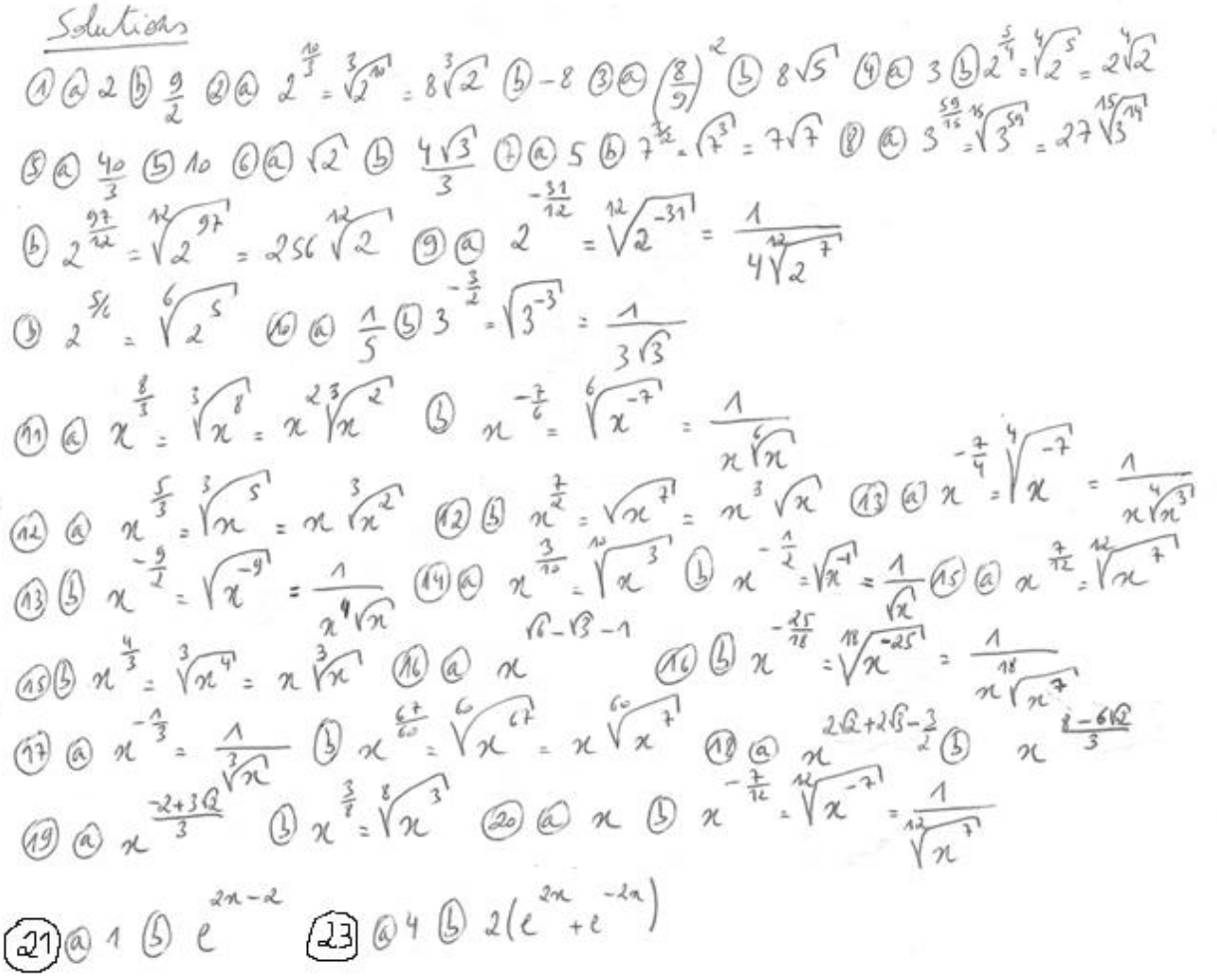
22 Démontrer pour tout nombre réel x :
$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}.$$

23 Calculer pour tout nombre réel x :
a. $(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$.
b. $(e^x + e^{-x})^2 + (e^x - e^{-x})^2$.

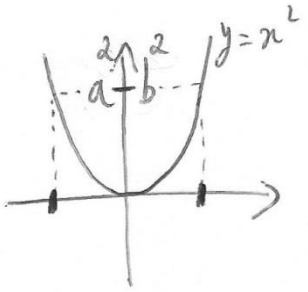
24 Démontrer pour tout nombre réel x :
a. $\frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$.
b. $e^{-x} - e^{-2x} = \frac{e^x - 1}{e^{2x}}$.

Faire avec le professeur les exercices 1,2,3 ;11, 12, 13 ; 21, 22.
Faire le reste seul.

Solution de l'exercice 4



8. Résolution d'équations contenant des racines carrées



$a^2 = b^2 \Leftrightarrow a = b$ ou $a = -b$

$a^2 = b^2 \Leftarrow a = b$

L'équation $(A(x))^2 = (B(x))^2$ aura les solutions de l'équation $A(x) = B(x)$ plus, peut-être, d'autres solutions (celles de l'équation $A(x) = -B(x)$).
Donc, pour résoudre l'équation $A(x) = B(x)$, on peut résoudre l'équation $(A(x))^2 = (B(x))^2$ et vérifier après si les solutions obtenues sont aussi solutions de l'équation $A(x) = B(x)$.

$\sqrt{a}^2 = a$ si $a \geq 0$

$\sqrt{A(x)}^2 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \\ A(x) \geq 0 \end{cases}$

$\sqrt{A(x)}^2 \Rightarrow A(x)$

____$\sqrt{A(x)}^2$____ aura les solutions de ____$A(x)$____ plus, peut-être, d'autres solutions (celles qui sont telles que $A(x) < 0$).
Donc, pour résoudre ____$\sqrt{A(x)}^2$____, on peut résoudre ____$A(x)$____ et vérifier après si les solutions obtenues sont aussi solutions de ____$\sqrt{A(x)}^2$____.

Exercice 5

Résoudre.

a) $\sqrt{x}+x=2$
b) $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+4}=5$
c) $3\sqrt{x+5}-5=x$
d) $\sqrt{x+2}-2\sqrt{x+7}=-4$
e) $\sqrt{-x}=2-\sqrt{2-x}$
f) $\sqrt{10-x}+\sqrt{x-10}=2$
g) $\sqrt{2x+7}+\sqrt{x-5}=\sqrt{3x+2}$
h) $\sqrt{-x-\sqrt{1-x}}=1$

Solution de l'exercice 5

a) $S=\{1\}$
b) $S=\{5\}$
c) $S=\{-5,4\}$
d) $S=\left\{\frac{-14}{9};2\right\}$
e) $S=\left\{\frac{-1}{4}\right\}$
f) $S=\emptyset$
g) $S=\{5\}$
h) $S=\{-3\}$

9. Équations rationnelles

Exercice 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

1) $\frac{x^2-3x-4}{x-4}=0$
2) $\frac{2x}{x-3}+\frac{11}{2}=\frac{3}{x}$
3) $\frac{x}{x-2}-\frac{7}{x+2}=\frac{8}{x^2-4}$
   Aide : $x^2-4=(x-2)(x+2)$
4) $\frac{2x^2+9x-5}{x-4}=0$

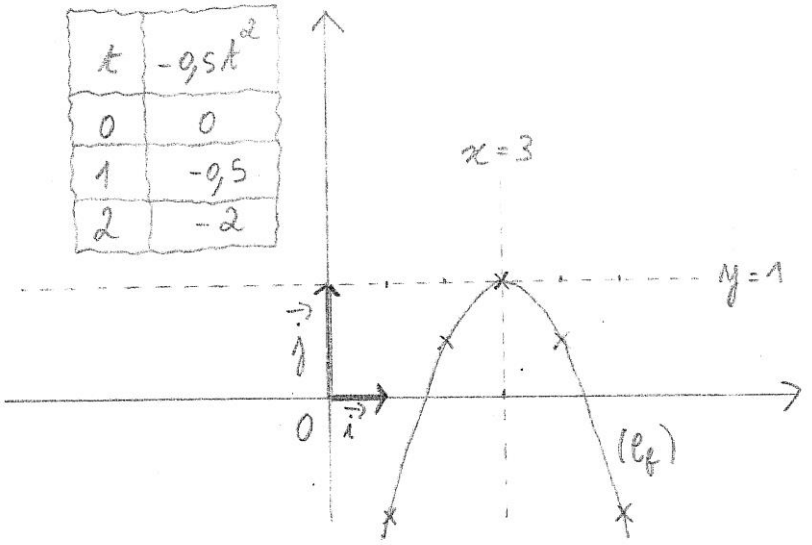
Solution de l'exercice 6

1) $S=\{-1\}$
2) $S=\left\{2;\frac{3}{5}\right\}$
3) $S=\{3\}$
4) $S=\left\{\frac{1}{2};-5\right\}$

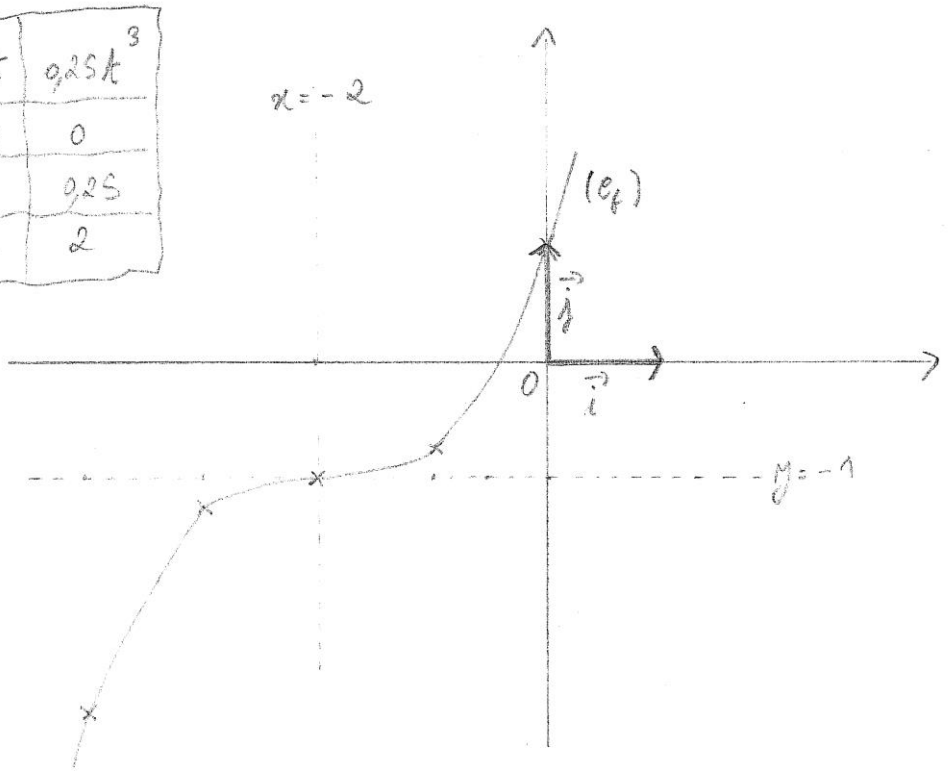
10.Solutions détaillées

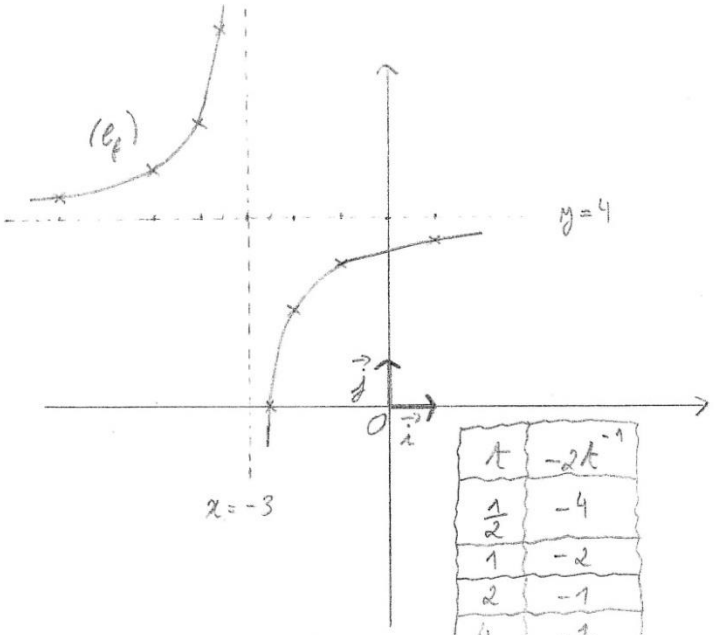
Solution de l'exercice 2

t	$-0,5t^2$
0	0
1	$-0,5$
2	-2



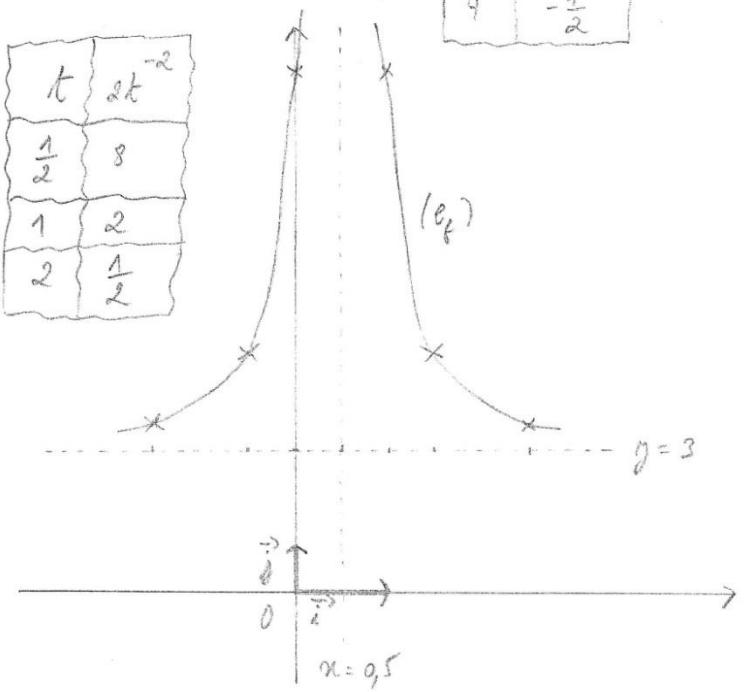
t	$0,25t^3$
0	0
1	0,25
2	2



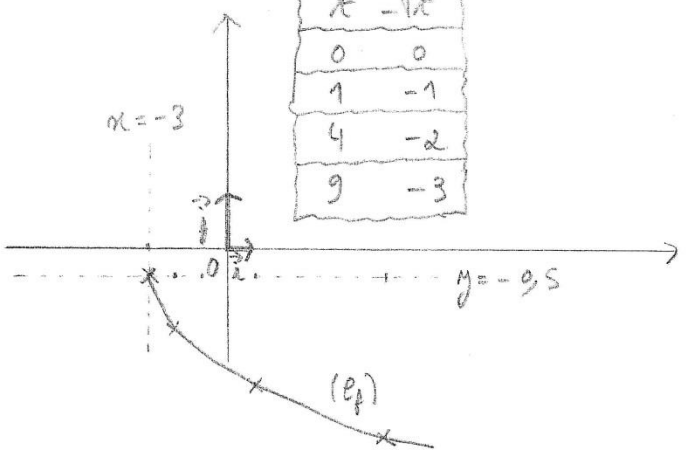


t	$-2t^{-1}$
$\frac{1}{2}$	-4
1	-2
2	-1
4	$-\frac{1}{2}$

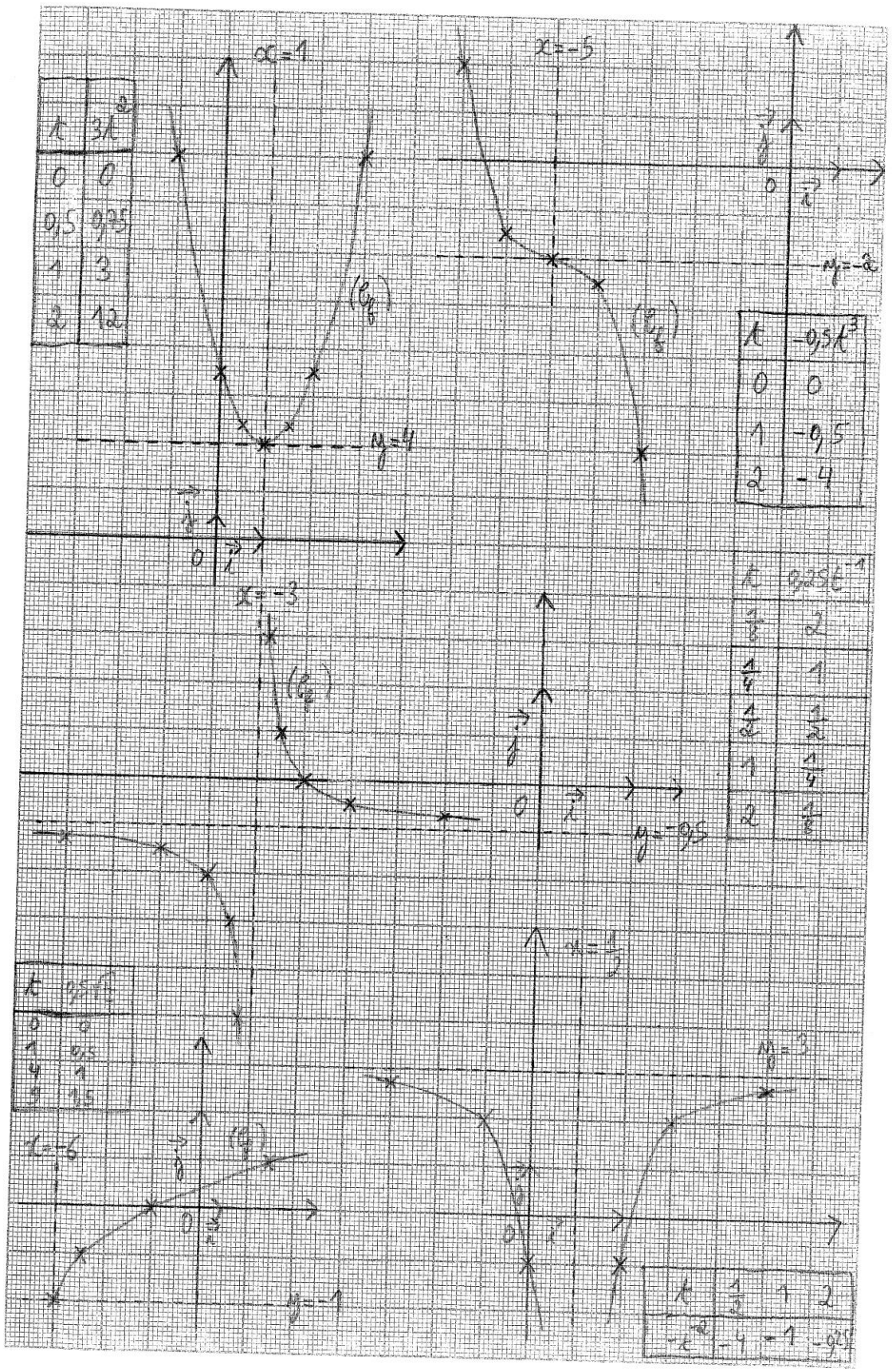
t	$2t^{-2}$
$\frac{1}{2}$	8
1	2
2	$\frac{1}{2}$



t	$-\sqrt{t}$
0	0
1	-1
4	-2
9	-3



Solution de l'exercice 3



Solution de l'exercice 4

Simplifier une expression

Calculs numériques

① ⓐ $\dfrac{\sqrt{4}\,\sqrt[3]{8}}{\sqrt[4]{16}} = \dfrac{2\times 2}{2} = 2$

ⓑ $\dfrac{\sqrt[3]{27}\,\sqrt{9}}{\sqrt[3]{8}} = \dfrac{3\times 3}{2} = \dfrac{9}{2}$

② ⓐ $\sqrt[3]{16}\,\sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{2^4}\,\sqrt[3]{(2^3)^2} = \sqrt[3]{2^4}\,\sqrt[3]{2^6} = (2^4)^{\frac{1}{3}}(2^6)^{\frac{1}{3}}$

$= (2^4\cdot 2^6)^{\frac{1}{3}} = (2^{4+6})^{\frac{1}{3}} = (2^{10})^{\frac{1}{3}}$

$= 2^{\frac{10}{3}}$

Remarque : $2^{\frac{10}{3}} = (2^{10})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2^{10}}$

Remarque : $2^{\frac{10}{3}} = 2^{\frac{9}{3}+\frac{1}{3}} = 2^{3+\frac{1}{3}} = 2^3\cdot 2^{\frac{1}{3}} = 8\cdot 2^{\frac{1}{3}} = 8\sqrt[3]{2}$

ⓑ $\sqrt[10]{1024} - \sqrt[2]{100} = 2 - 10 = -8$

③ ⓐ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^6 \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^4 = \dfrac{2^6}{3^6}\, 3^{\frac{1}{2}\cdot 4} = \dfrac{2^6}{3^6}\, 3^2 = \dfrac{2^6}{3^{6-2}} = \dfrac{2^6}{3^4} = \dfrac{(2^3)^2}{(3^2)^2}$

$= \dfrac{8^2}{9^2} = \left(\dfrac{8}{9}\right)^2$

ⓑ $(4^3)^{\frac{1}{2}}(5^2)^{\frac{1}{4}} = 4^{3\cdot\frac{1}{2}}\, 5^{2\cdot\frac{1}{4}} = \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^3 \cdot 5^{\frac{1}{2}} = \left(\sqrt{4}\right)^3\sqrt{5} = 2^3\sqrt{5}$

$= 8\sqrt{5}$

Calculs algébriques

(11) (a) $(x \cdot x^{\frac{1}{3}})^2 = (x^1 x^{\frac{1}{3}})^2 = (x^{1+\frac{1}{3}})^2 = (x^{\frac{4}{3}})^2 = x^{\frac{8}{3}}$

Remarque : $x^{\frac{8}{3}} = (x^8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x^8}$

Remarque : $x^{\frac{8}{3}} = x^{\frac{6}{3}+\frac{2}{3}} = x^{2+\frac{2}{3}} = x^2 x^{\frac{2}{3}} = x^2 (x^2)^{\frac{1}{3}} = x^2 \sqrt[3]{x^2}$

(b) $x^{-2}(\sqrt{x} \cdot x^{\frac{1}{3}}) = x^{-2} x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{3}} = x^{-2+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = x^{\frac{-12+3+2}{6}}$

$= x^{\frac{-7}{6}}$

Remarque : $x^{-\frac{7}{6}} = (x^{-7})^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{x^{-7}}$

Remarque : $x^{-\frac{7}{6}} = \frac{1}{x^{\frac{7}{6}}} = \frac{1}{x^{\frac{6}{6}+\frac{1}{6}}} = \frac{1}{x^{1+\frac{1}{6}}} = \frac{1}{x x^{\frac{1}{6}}} = \frac{1}{x \sqrt[6]{x}}$

(12) (a) $(x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{3}})^2 = (x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}})^2 = (x^{\frac{3+2}{6}})^2 = (x^{\frac{5}{6}})^2 = x^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{x^5}$

Remarque : $x^{\frac{5}{3}} = x^{\frac{3}{3}+\frac{2}{3}} = x^{1+\frac{2}{3}} = x^1 x^{\frac{2}{3}} = x (x^2)^{\frac{1}{3}} = x \sqrt[3]{x^2}$

(b) $\frac{x^{\frac{1}{2}} x^2}{x^{-1}} = x^{\frac{1}{2}+2-(-1)} = x^{\frac{1+4+2}{2}} = x^{\frac{7}{2}} = \sqrt[2]{x^7} = \sqrt{x^7}$

Remarque : $x^{\frac{7}{2}} = x^{\frac{6}{2}+\frac{1}{2}} = x^{3+\frac{1}{2}} = x^3 x^{\frac{1}{2}} = x^3 \sqrt{x}$

(13) (a) $(x^{\frac{1}{3}} \sqrt[4]{x})^{-3} = (x^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{4}})^{-3} = (x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}})^{-3} = x^{(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})(-3)} = x^{\frac{7}{12}(-3)} = x^{-\frac{7}{4}}$

$= \sqrt[4]{x^{-7}}$

Remarque : $x^{-\frac{7}{4}} = \frac{1}{x^{\frac{7}{4}}} = \frac{1}{x^{\frac{4}{4}} x^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{x x^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{x \sqrt[4]{x^3}}$

(b) $\left((x\sqrt{x})^{\frac{1}{3}} x\right)^{-3} = x^{((1+\frac{1}{2})\frac{1}{3}+1)(-3)} = x^{(\frac{1}{2}+1)(-3)} = x^{-\frac{9}{2}} = \sqrt[2]{x^{-9}}$

$= \sqrt{x^{-9}}$

Remarque : $x^{-\frac{9}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{9}{2}}} = \frac{1}{x^{\frac{8}{2}+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{x^{4+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{x^4 x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{x^4 \sqrt{x}}$

Calculs numériques

(21) (a) $e^x e^{-x} = e^{x-x} = e^0 = 1$

(b) $\dfrac{e^{5x}}{e^{3x+2}} = e^{5x-(3x+2)} = e^{2x-2}$

(22) $\dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \dfrac{(e^x - e^{-x})e^{-x}}{(e^x + e^{-x})e^{-x}} = \dfrac{e^x e^{-x} - e^{-x}e^{-x}}{e^x e^{-x} + e^{-x}e^{-x}}$

$= \dfrac{e^{x-x} - e^{-x-x}}{e^{x-x} + e^{-x-x}} = \dfrac{e^0 - e^{-2x}}{e^0 + e^{-2x}}$

$= \dfrac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$

Solution de l'exercice 5

a)

$\sqrt{x} + x = 2$

$\sqrt{x} = 2 - x$

$\sqrt{x}^2 = (2 - x)^2$ (on risque d'avoir trop de solutions)

$x = 4 - 4x + x^2$ (on risque d'avoir trop de solutions)

$0 = 4 - 5x + x^2$

$(x - 1)(x - 4) = 0$

$x - 1 = 0 \quad ou \quad x - 4 = 0$

$x = 1 \quad ou \quad x = 4$

Filtrage :

Si $x = 1$ alors $\sqrt{x} + x = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1} + 1 = 2$

$\Leftrightarrow 2 = 2$

$\Leftrightarrow VRAI$

1 est solution de l'équation.

Si $x = 4$ alors $\sqrt{x} + x = 2 \Leftrightarrow \sqrt{4} + 4 = 2$

$\Leftrightarrow 6 = 2$

$\Leftrightarrow FAUX$

4 n'est pas solution de l'équation.

$S = \{1\}$

b)

$\sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 4} = 5$

$\left(\sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 4}\right)^2 = 25$

$\sqrt{x - 1}^2 + 2\sqrt{x - 1}\sqrt{x + 4} + \sqrt{x + 4}^2 = 25$

$(x - 1) + 2\sqrt{x - 1}\sqrt{x + 4} + (x + 4) = 25$

$2\sqrt{x - 1}\sqrt{x + 4} = 22 - 2x$

$\sqrt{x - 1}\sqrt{x + 4} = 11 - 1x$

$\left(\sqrt{x - 1}\sqrt{x + 4}\right)^2 = (11 - x)^2$

$\sqrt{x - 1}^2\sqrt{x + 4}^2 = 121 - 22x + x^2$

$(x - 1)(x + 4) = 121 - 22x + x^2$

$x^2 + 4x - x - 4 = 121 - 22x + x^2$

$25x = 125$

$x = 5$

Filtrage :

Si $x = 5$ alors $\sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 4} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{5 - 1} + \sqrt{5 + 4} = 5$

$\Leftrightarrow 2 + 3 = 5$

$\Leftrightarrow VRAI$

5 est solution de l'équation.

$S = \{5\}$

Solution de l'exercice 6

1)

$\frac{x^2-3x-4}{x-4}=0 \Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-4)}{x-4}=0 \Leftrightarrow \begin{cases}(x+1)(x-4)=0\\ x\neq 4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+1=0 \ ou \ x-4=0\\ x\neq 4\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=-1 \ ou \ x=4\\ x\neq 4\end{cases}$

$\Leftrightarrow x=-1$

$S=\{-1\}$

2)

$\frac{2x}{x-3}+\frac{11}{2}=\frac{3}{x} \Leftrightarrow \frac{2x}{x-3}+\frac{11}{2}-\frac{3}{x}=0$

$\Leftrightarrow \frac{2x}{(x-3)}\frac{2x}{2x}+\frac{11}{2}\frac{(x-3)x}{(x-3)x}-\frac{3}{x}\frac{(x-3)2}{(x-3)2}=0$

$\Leftrightarrow \frac{4x^2}{2x(x-3)}+\frac{11x^2-33x}{2x(x-3)}-\frac{6x-18}{2x(x-3)}=0$

$\Leftrightarrow \frac{15x^2-39x+18}{2x(x-3)}=0$

$\Leftrightarrow \frac{5x^2-13x+6}{2x(x-3)}=0$

$\Delta=(-13)^2-4(5)(6)=169-120=49$

$\sqrt{\Delta}=7$

$x_1=\frac{-(-13)+7}{2(5)}=\frac{20}{10}=2$

$x_2=\frac{-(-13)-7}{2(5)}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\frac{2x}{x-3}+\frac{11}{2}-\frac{3}{x}=0 \Leftrightarrow \frac{15(x-2)\left(x-\frac{3}{5}\right)}{2x(x-3)}=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases}15(x-2)\left(x-\frac{3}{5}\right)=0\\ 2x(x-3)\neq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=2 \ \ ou \ \ x=\frac{3}{5}\\ x\neq 0 \ \ et \ \ x\neq 3\end{cases}$

$\Leftrightarrow x=2 \ \ ou \ \ x=\frac{3}{5}$

$S=\left\{2;\frac{3}{5}\right\}$